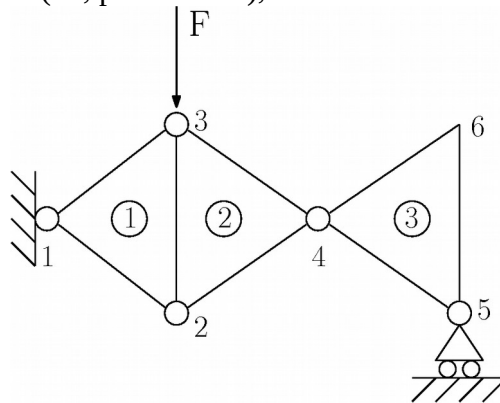


Assemblaggio e vincolamento di semplice struttura FEM

Considerata la struttura in figura (2d, plane strain),



composta dai seguenti elementi triangolari 3 nodi

	elemento 1 (tria3)	elemento 2 (tria3)	elemento 3 (tria3)
connettività	nodi 1,2,3	Nodi 2,4,3	Nodi 4,5,6
matrice di rigidezza elemento	$\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{16} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{61} & \cdots & a_{66} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{16} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{61} & \cdots & b_{66} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{16} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{61} & \cdots & c_{66} \end{bmatrix}$

si ottiene mediante assemblaggio la seguente matrice di rigidezza, e il seguente vettore dei termini noti.

Matrice di rigidezza K, pre-vincolamento												b	
	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	δ_5	δ_6	δ_7	δ_8	δ_9	δ_{10}	δ_{11}	δ_{12}	
F ₁	a ₁₁	a ₁₂	a ₁₃	a ₁₄	a ₁₅	a ₁₆	0	0	0	0	0	0	0
F ₂	a ₂₁	a ₂₂	a ₂₃	a ₂₄	a ₂₅	a ₂₆	0	0	0	0	0	0	0
F ₃	a ₃₁	a ₃₂	a ₃₃ +b ₁₁	a ₃₄ +b ₁₂	a ₃₅ +b ₁₅	a ₃₆ +b ₁₆	b ₁₄	b ₁₄	0	0	0	0	0
F ₄	a ₄₁	a ₄₂	a ₄₃ +b ₂₁	a ₄₄ +b ₂₂	a ₄₅ +b ₂₅	a ₄₆ +b ₂₆	b ₂₃	b ₂₄	0	0	0	0	0
F ₅	a ₅₁	a ₅₂	a ₅₃ +b ₅₁	a ₅₄ +b ₅₂	a ₅₅ +b ₅₅	a ₅₆ +b ₅₆	b ₅₃	b ₅₄	0	0	0	0	0
F ₆	a ₆₁	a ₆₂	a ₆₃ +b ₆₁	a ₆₄ +b ₆₂	a ₆₅ +b ₆₅	a ₆₆ +b ₆₆	b ₆₃	b ₆₄	0	0	0	0	-F
F ₇	0	0	b ₃₁	b ₃₂	b ₃₅	b ₃₆	b ₃₃ +c ₁₁	b ₃₄ +c ₁₂	c ₁₃	c ₁₄	c ₁₅	c ₁₆	0
F ₈	0	0	b ₄₁	b ₄₂	b ₄₅	b ₄₆	b ₄₃ +c ₂₁	b ₄₄ +c ₂₂	c ₂₃	c ₂₄	c ₂₅	c ₂₆	0
F ₉	0	0	0	0	0	0	c ₃₁	c ₃₂	c ₃₃	c ₃₄	c ₃₅	c ₃₆	0
F ₁₀	0	0	0	0	0	0	c ₄₁	c ₄₂	c ₄₃	c ₄₄	c ₄₅	c ₄₆	0
F ₁₁	0	0	0	0	0	0	c ₅₁	c ₅₂	c ₅₃	c ₅₄	c ₅₅	c ₅₆	0
F ₁₂	0	0	0	0	0	0	c ₆₁	c ₆₂	c ₆₃	c ₆₄	c ₆₅	c ₆₆	0

Notare la rimappatura non monotona degli indici locali dei termini dell'elemento 2 in indici globali.

Applicando quindi i seguenti vincoli di spostamento imposto, supposti in generale non omogenei,

$$\mathbf{u1} = \mathbf{p}$$

$$\mathbf{v1} = \mathbf{q}$$

$$\mathbf{v5} = \mathbf{r}$$

la matrice di rigidezza e il termine noto risultano modificati come da tabella seguente (a fondo grigio i termini modificati nel vincolamento).

Matrice di rigidezza K, post vincolamento												b	
	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	δ_5	δ_6	δ_7	δ_8	δ_9	δ_{10}	δ_{11}	δ_{12}	
F ₁	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	p
F ₂	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	q
F ₃	0	0	a ₃₃ +b ₁₁	a ₃₄ +b ₁₂	a ₃₅ +b ₁₅	a ₃₆ +b ₁₆	b ₁₄	b ₁₄	0	0	0	0	-a ₃₁ p-a ₃₂ q
F ₄	0	0	a ₄₃ +b ₂₁	a ₄₄ +b ₂₂	a ₄₅ +b ₂₅	a ₄₆ +b ₂₆	b ₂₃	b ₂₄	0	0	0	0	-a ₄₁ p-a ₄₂ q
F ₅	0	0	a ₅₃ +b ₅₁	a ₅₄ +b ₅₂	a ₅₅ +b ₅₅	a ₅₆ +b ₅₆	b ₅₃	b ₅₄	0	0	0	0	-a ₅₁ p-a ₅₂ q
F ₆	0	0	a ₆₃ +b ₆₁	a ₆₄ +b ₆₂	a ₆₅ +b ₆₅	a ₆₆ +b ₆₆	b ₆₃	b ₆₄	0	0	0	0	-F-a ₆₁ p-a ₆₂ q
F ₇	0	0	b ₃₁	b ₃₂	b ₃₅	b ₃₆	b ₃₃ +c ₁₁	b ₃₄ +c ₁₂	c ₁₃	0	c ₁₅	c ₁₆	-c ₁₄ r
F ₈	0	0	b ₄₁	b ₄₂	b ₄₅	b ₄₆	b ₄₃ +c ₂₁	b ₄₄ +c ₂₂	c ₂₃	0	c ₂₅	c ₂₆	-c ₂₄ r
F ₉	0	0	0	0	0	0	c ₃₁	c ₃₂	c ₃₃	0	c ₃₅	c ₃₆	-c ₃₄ r
F ₁₀	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	r
F ₁₁	0	0	0	0	0	0	c ₅₁	c ₅₂	c ₅₃	0	c ₅₅	c ₅₆	-c ₅₄ r
F ₁₂	0	0	0	0	0	0	c ₆₁	c ₆₂	c ₆₃	0	c ₆₅	c ₆₆	-c ₆₄ r

Si ricorda che, poiché gli elementi tria3 non reagiscono elasticamente alla rotazione di un nodo (grado di libertà che non è considerato nella formulazione), la struttura risulta equivalente ad una trave supportata a cerniera-carrello, con cerniera interna in corrispondenza del nodo 4 che separa la trave in due tronconi a rotazione indipendente al nodo 4.

Tale struttura risulta labile.

Successivamente all'assemblaggio, il termine noto risulta dimensionalmente misto (N o N/[mm_spessore] sull'equilibrio di nodi non vincolati, o mm sulle equazioni cinematiche dei nodi vincolati), così come la matrice di rigidezza (1 è adimensionale, mentre i termini [a,b,c]_{ij} sono N/mm o N/(mm*[mm_spessore])).