

Lezione 04/04/2019

A cura di Michela Manganiello e Mario Saporoso.

Nella lezione precedente è stata discussa la valutazione della rigidità torsionale di un profilato a torsione. In particolare tale profilato è assimilabile ad una C; questo è aperto infatti, lateralmente è presente una piccola fessura.

Iniziamo aprendo il file *modellotorsione_rev01_labile_reprise.mud*.

Durante la lezione in oggetto sarà discussa un'analisi di convergenza della mesh, ovvero in che misura varia la risposta deformativa e tensionale in relazione alla taglia degli elementi della mesh. Il materiale (Main → material properties) è stato assegnato come omogeneo ed isotropo con caratteristiche generali. La massa è stata assegnata in ton/mm³ quindi dell'ordine di 10⁻⁹ ed è stata definita una legge di natura elastoplastica isotropa quindi, basta definire E ed il coefficiente Poisson ν e di conseguenza viene calcolata la terza grandezza invariante dei materiali che è il modulo di taglio G. In realtà esistono numerose leggi materiali ed in particolare esiste la legge più completa di ortotropia tipica dei materiali compositi tali per cui le costanti elastiche del materiale non sono più soltanto tre, due note e la terza viene derivata, ma sono 9.

Esiste un'evoluzione della teoria di Kirchhoff applicata ai materiali compositi tali per cui si è in grado di inserire numericamente tali dati.

La rigidità torsionale del profilato è dell'ordine di 0.001 rad/mm, quindi la rotazione sarà funzione della lunghezza del profilato. Si decide di lasciare alla sezione in cui si andrà ad imporre la rotazione la possibilità di svergolare fuori dal piano della sezione stessa.

Il problema in analisi ha due piani di antisimmetria, uno dei quali si colloca nella mezziera del profilato. Quindi i nodi che portano i gradi di libertà di rotazione e spostamento della struttura nel piano a quota $z=0$ godono delle proprietà di antisimmetria. In tutti questi nodi a $z=0$ si applicano le condizioni di antisimmetria e ai nodi che si trovano a quota $z=40$ mm si applica una rotazione pari 0.001 rad/mm. Per far ciò viene adottato un sistema che viene chiamato link cinematico di corpo rigido di tipo RBE2 che impone condizioni cinematiche tra i nodi di riferimento (*regen*) e quelli collegati (*slave*).

Main → Link → RBE2'S

I nodi slave sono legati ai nodi di riferimento mediante una matrice (triangolare superiore non simmetrica) che è funzione della distanza relativa tra il nodo di controllo ed il nodo controllato. Ovviamente, le dimensioni della matrice aumentano all'aumentare del numero di nodi e con essa lo sforzo computazionale.

Si verifica che il nodo di riferimento sia il nodo $O=(0,0,0)$ (Main → Mesh generation → Nodes → Edit), si clicca sul nodo e viene constatato che questo sia il nodo 0. Il nodo di controllo al quale applicare la rotazione viene creato spostando il nodo 0 in direzione z di 40 mm.

È possibile creare il nuovo nodo attraverso il comando:

Main → Mesh generations → Nodes → Add → (0 0 40)

Oppure

Duplicate → Traslations → 0 0 40 → Nodes → Select node 1 → end list (#) → reset

Main → Links → RBE2'S → Node → Select Node (0 0 40)

Si aggiungono i tied nodes ovvero i nodi controllati attraverso diversi metodi di selezione:

Add → Select → Nodes → Method → Single → end list (#);

Add → Select → Nodes → Method → Path → si genera un percorso di nodi selezionando i nodi estremali della geometria e l'ultimo nodo deve essere quello antecedente al primo affinché il percorso sia chiuso.
Clear Select;

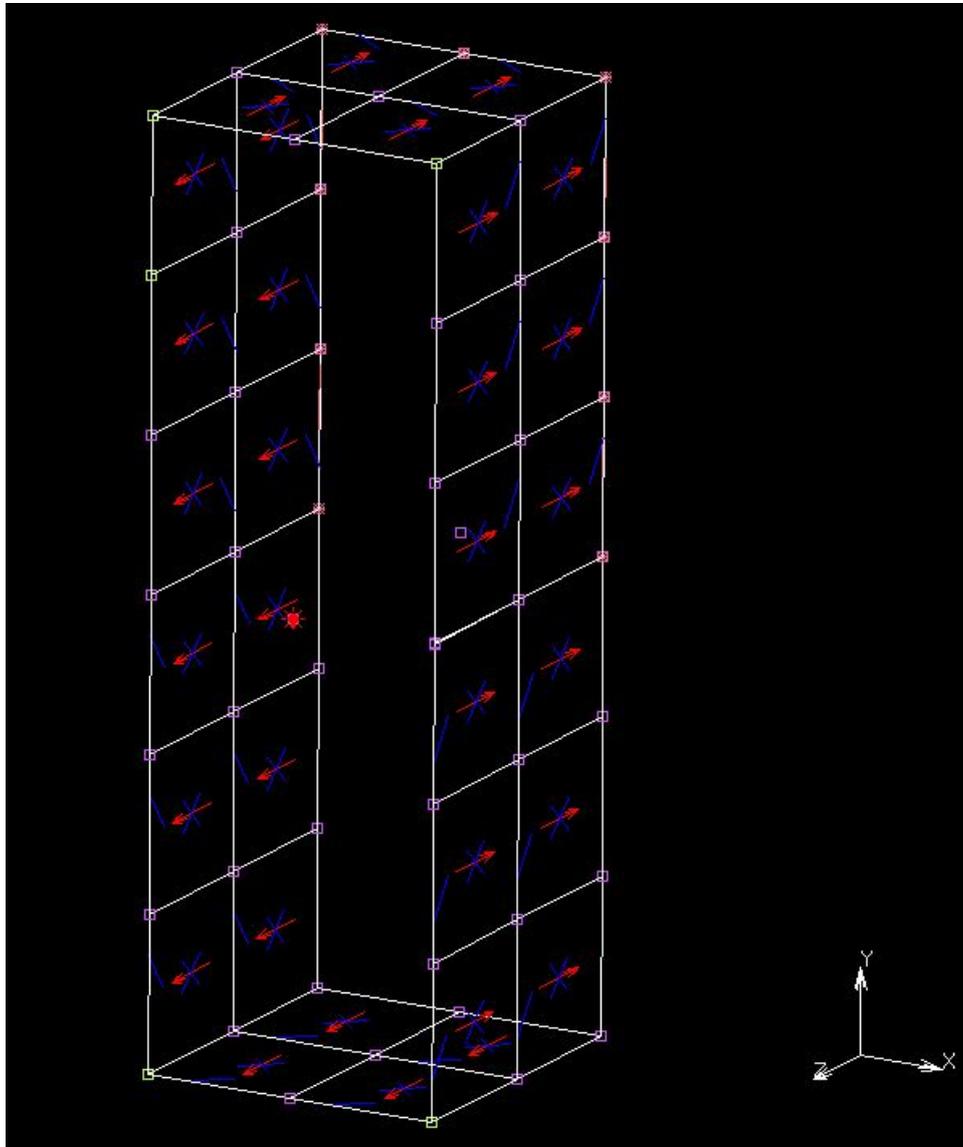


Fig.1: Selezione mediante comando Path (nodi verdi)

Add → Select → Nodes → Method → Box → deve essere definito un volume all'interno del quale i nodi sono selezionati e tale volume si determina attraverso un set di coordinate (-1000 +1000)
Nel caso in esame la forza che deve essere selezionata si trova esattamente a $z=40$. Quindi, nell'intorno di $z=40$ bisogna selezionare tutti i nodi compresi in volume tra -1000 e + 1000 (questo viene utilizzato per range molto grandi). Il volume viene dato per estremi ed il primo è quello minore. Tuttavia con questa procedura è necessario andare a escludere il nodo controllo (*regen*). Nel caso in cui non venisse eliminato dal set di nodi quello *regen* si otterrebbe un errore (2011).
Esiste anche una modalità di estrusione di un nodo:

Mesh generation → Select mode → Except

Method → Single → si seleziona il nodo di controllo (nodo 102) → end list (#)

Si possono generare dei set di nodi che risultano di particolare importanza:

Select → Nodes → Store

in tale modo è possibile nominarli per poterli richiamare successivamente con maggiore facilità.

Il set di nodi controllati è chiamato *tied_nodes_z40*.

Successivamente:

Enter Store Node List: si selezionano tutti i nodi che sono stati scelti con il comando ALL: SELECTED

Si possono identificare i set con il comando Identify Sets.

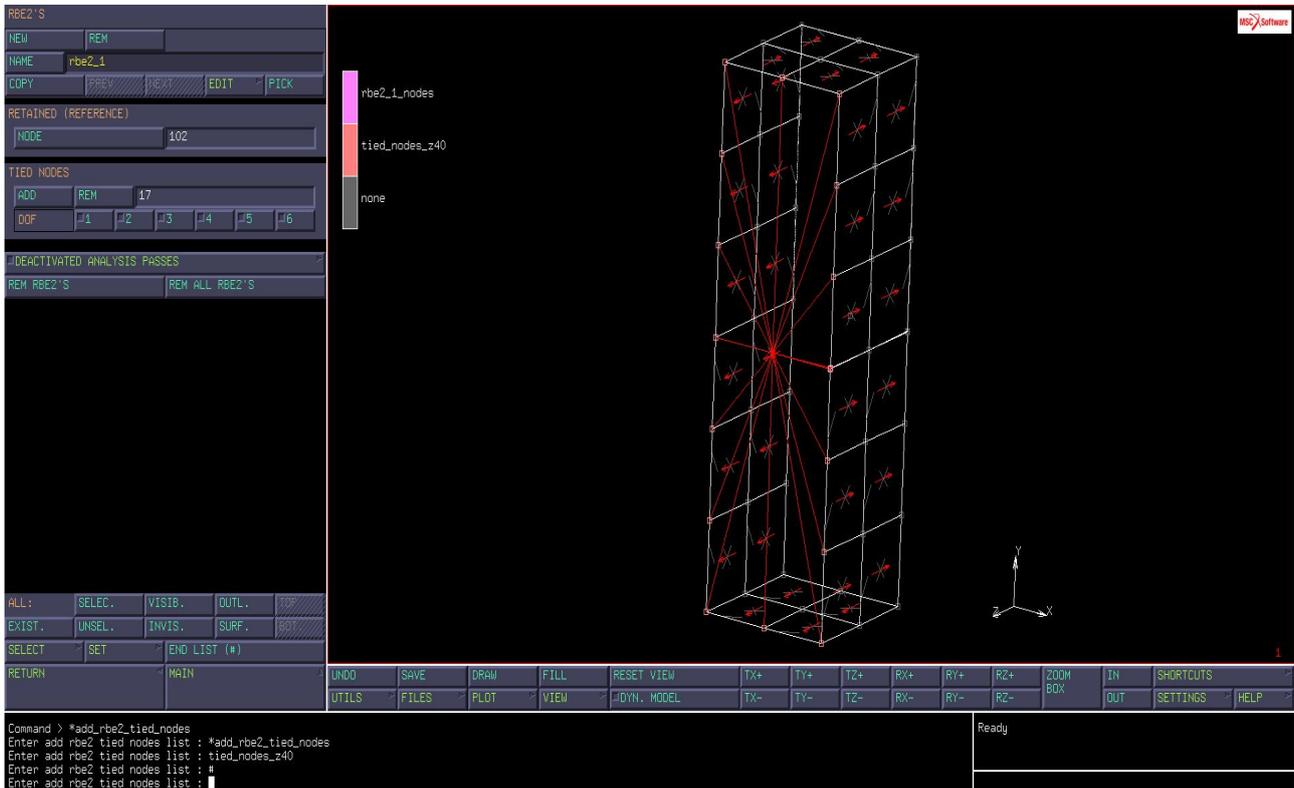


Fig. 2: Identificazione dei set mediante comando Identify Sets

Riselezionare: Clear select e reset per generare i nuovi store di elementi.

Assegnamo i nodi slave al link RBE2'S mediante il set creato.

Main → Links → RBE2'S → Tied nodes → Add → Set → *tied_nodes_z40*

Bisogna valutare quali gradi di libertà il nodo di controllo deve consentire ai nodi di tipo tied.

I degree of freedom sono:

(1) spostamento x – (2) spostamento y – (6) rotazione z. Viene lasciato libero lo spostamento in x e le rotazioni in x e y.

Se lo spostamento non è attivato in corrispondenza di tale spostamento il nodo slave risulta essere libero.

Sulla faccia posteriore si impongono le condizioni di antisimmetria (boundary conditions).

Nodes → Store → *skew_sym_nodes_xy* → Identify Sets

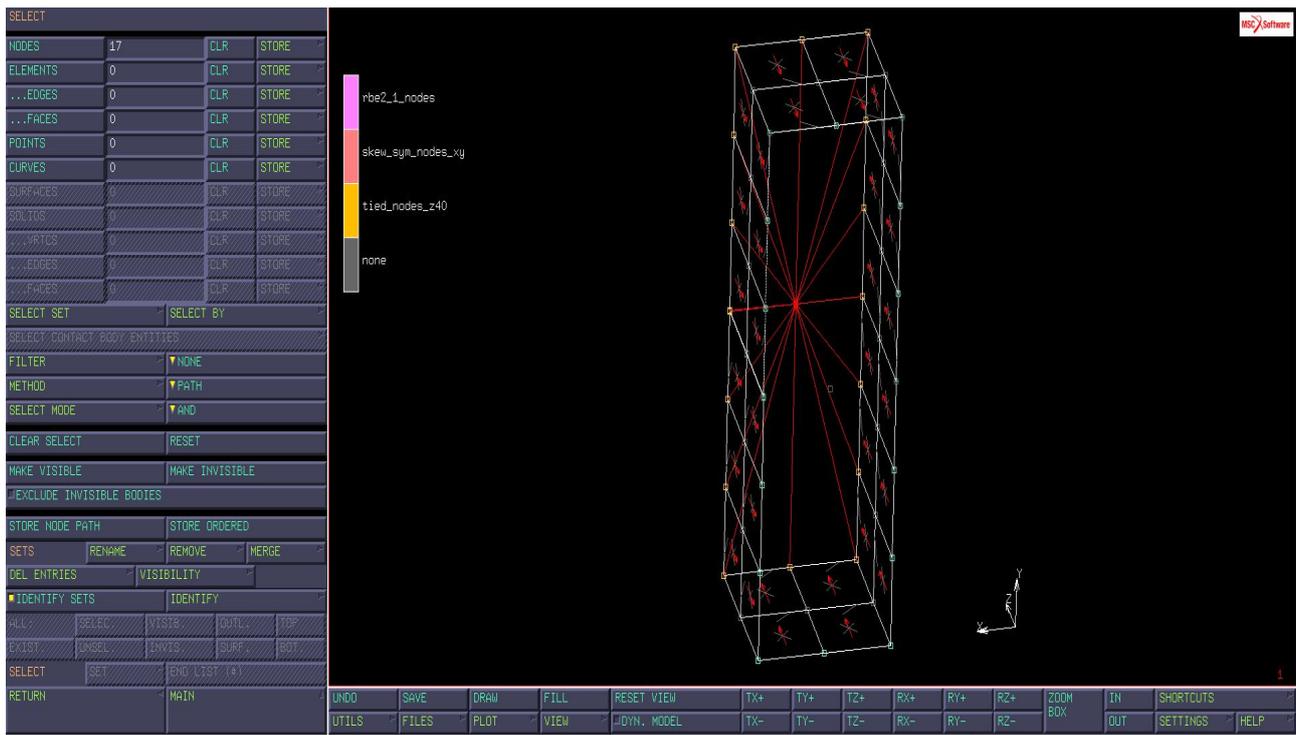


Fig.3: imposizione sulla faccia anteriore delle condizioni di antisimmetria

si assegnano le condizioni al contorno:

Main → Boundary Conditions → New → Structural → Fixed Displacement
Name (*skew_sym_xy*)

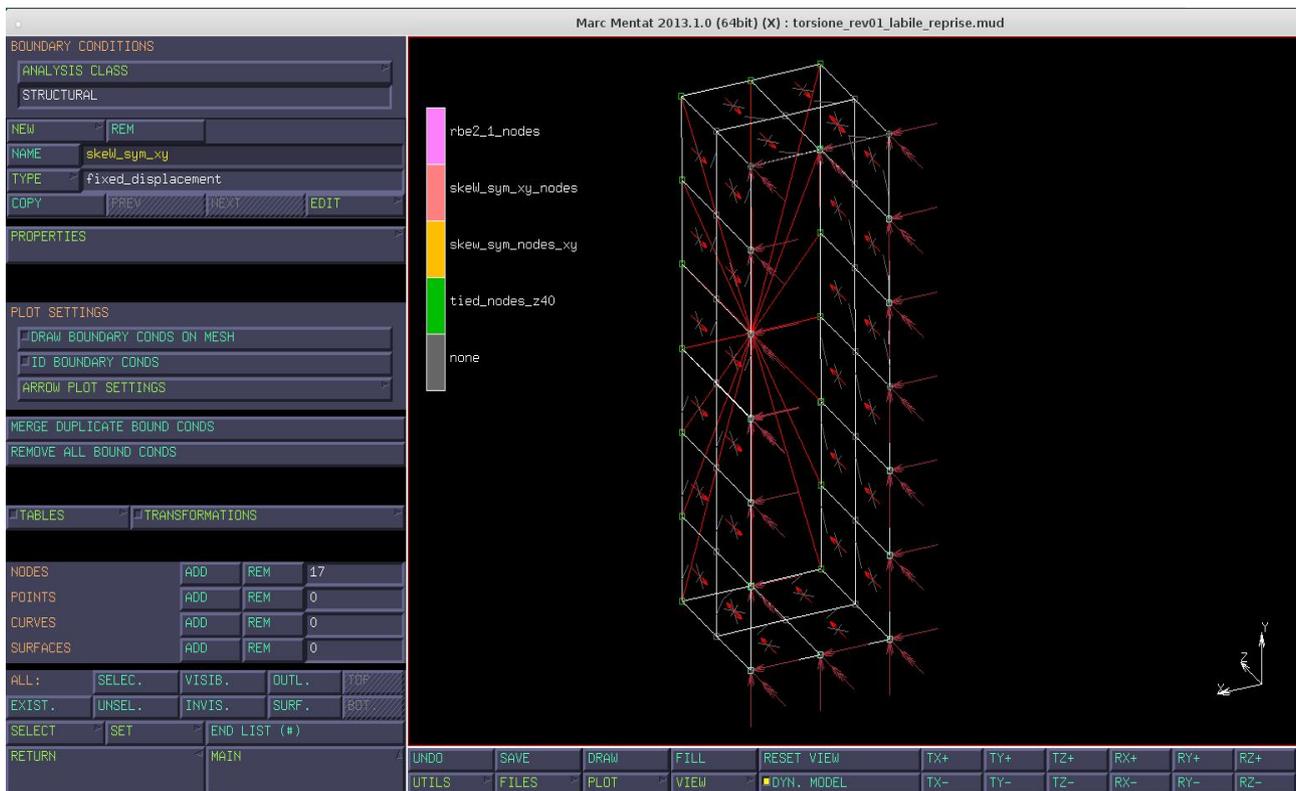


Fig.4: assegnazione condizioni al contorno

Possono essere imposti carichi di bordo per problemi di tensione o deformazione piana, possono essere applicati dei carichi di superficie, carichi globali, di gravità, condizioni di spostamento, condizioni di accelerazione, etc.

Per valutare di quali proprietà gode l'antisimmetria si procede come segue:

Properties → si selezionano tutti gli spostamenti e le rotazioni creando in tal modo un incastro. Successivamente si disattivano i gradi di libertà rispetto ad un piano di simmetria. Nel caso suddetto il piano di simmetria è quello xy per cui dalla condizione di incastro che si è appena creata si vanno a sganciare le rotazioni su x e y e lo spostamento su z in modo da lasciare le condizioni di antisimmetria rispetto al piano xy. Si possono imporre anche dei campi di spostamento non omogenei.

Nodes → Add → Set → selezionare *skew_sym_xy*

Si crea a tal punto una nuova condizione:

New → Structural → Fixed displacement → Name rotation_z

Properties → Rotation z (0.001)

Si costruisce a tal punto una table, una tabella di dipendenza, poichè la rotazione è funzione della lunghezza dell'elemento

Table → New → Independent Variable → Type → x0_coordinate (la rotazione è scalata rispetto alla coordinata indipendente x0).

x0, y0, z0 coordinate si riferiscono alla configurazione originale mentre x, y e z si riferiscono alla configurazione corrente.

La possibilità di calcolare sulla deformata necessita di un calcolo di natura non lineare. Nel caso in esame il materiale è elastico-lineare dunque il campo di deformazione per piccoli spostamenti viene scalato rispetto alla coordinata indeformata del modello. Tale scalatura è chiaramente di natura lineare.

Tale legge può essere data o per punti o per formula. Si scala la rotazione con una legge lineare $y=mx$, v1 è variabile su cui si scala la rotazione F, ed è la lunghezza del profilo. Nel seguente caso la scalatura è unitaria quindi $m=1$. Ovviamente ci possono essere dei casi di scalatura quadratica o cubica.

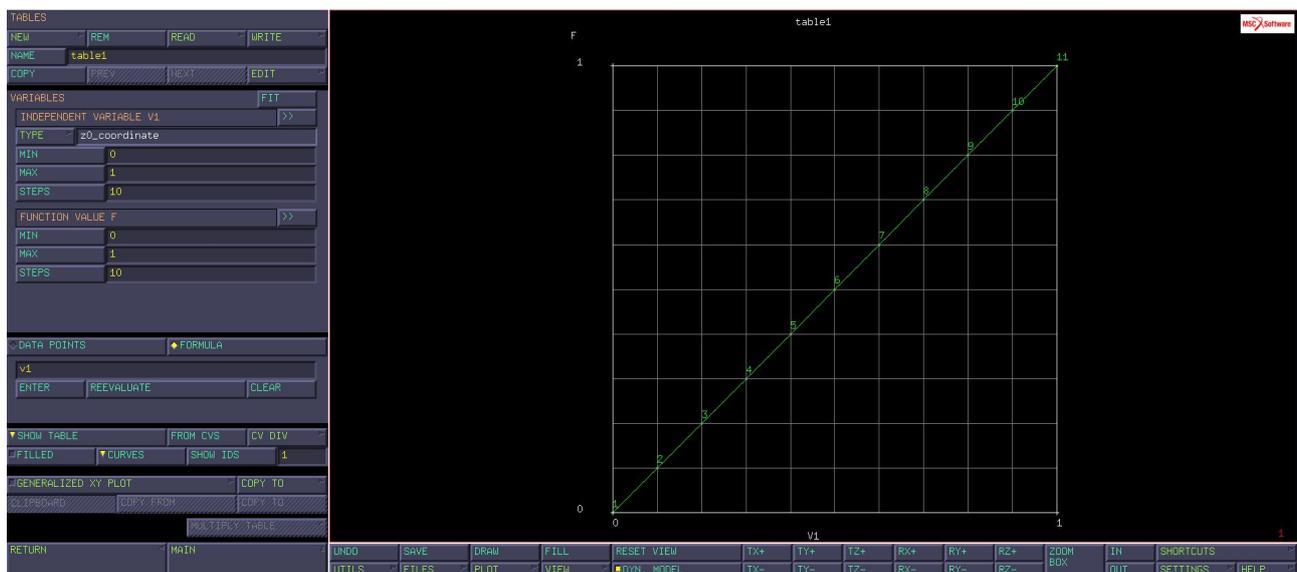


Fig.5: costruzione della table per legge di natura lineare

Si passa al modello mediante il comando Shortcuts.

Si procede evidenziando a quale nodo della struttura tale rotazione deve essere applicata ovvero il nodo di controllo dell'RBE2'S.

Si applica la rotazione al nodo *regen* in tal modo:

Main → Boundary conditions → Node → Add → (102- nodo *regen*) → end list (#)

Le rotazioni imposte attraverso il nodo di comando vengono gestite attraverso le definizioni dei gradi di libertà settate nell'RBE2'S.

Ricapitolando, è stato definito il vincolo di simmetria sul piano $z=0$, impostato una rotazione svincolata dalla lunghezza del profilato all'estremo libero $z=40$ e dunque è necessario a tal punto definire il calcolo.

Main → Jobs → New → Structural

Properties → Initial Loads (sono attive le due condizioni al contorno precedentemente definite).

Ovviamente è possibile attivare o disattivare le condizioni singolarmente. È importante che la struttura sia ben posizionata nello spazio ovvero che questa non abbia moti di corpo rigido residui a seguito del suo vincolamento. A tal punto si verifica che le precedenti condizioni non risultano essere necessarie e sufficienti ad elidere i moti di corpo rigido infatti, ne risulta uno residuo.

Se non vengono specificati i risultati (Jobs Results) il solutore di default restituisce le componenti di traslazione e rotazione.

In tal caso è utile l'analisi tensionale nel sistema di coordinate che è stato definito (Stress In Preferred System). Si vogliono determinare anche delle grandezze che sono plottate sugli elementi, ovvero delle tensioni ideali mediante l'utilizzo del criterio di Von Mises.

Il campo tensionale può essere valutato anche su opportuni Layers ad esempio Outer e Middle Layer. Se questi non vengono specificati, il software di default restituisce i risultati solo sul piano medio; può accadere che tali sforzi siano inferiori a quelli massimi dunque, si è in una condizione a sfavore di sicurezza sottostimando il problema tensionale. Se invece si procede utilizzando i Layer Max e Min non vengono specificati in quali punti dello spessore si ottengono tali valori.

Dopo aver valutato le quantità sugli elementi si procede andando a definire quelle sui nodi. Si passa infatti dalla modalità Default a quella Custom e si selezionano Displacement e Rotation.

Si possono valutare ulteriormente le forze e i momenti di reazione per valutare le reazioni ottenute a seguito dell'applicazione delle condizioni di antisimmetria. La risposta in termini di momento associata alla rotazione consente di valutare la rigidità torsionale del profilato.

Possono sussistere dei problemi a carico imposto in cui si risolve lo spostamento del profilato e viceversa. Le grandezze di interesse sono chiamata Tying Force e Tying Moment che sono rispettivamente le reazioni di forze e momento valutati nei nodi *tied*.

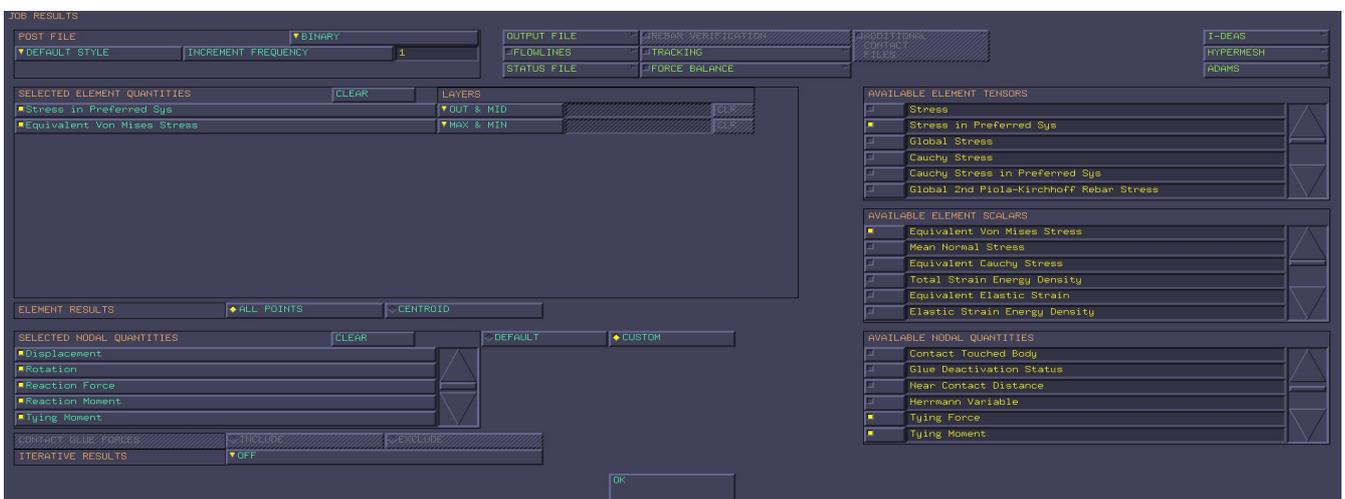


Fig. 6: Stress In Preferred System e Equivalent Von Mises Stress

La modellazione è di tipo 3D.

Jobs → Elements Types → Shell/Membrane → Click Element 75 → All: Selected

Si può passare per ogni elemento da un numero di nodi di Gauss da 4 a 8 introducendo dei nodi di centro lato in modo da migliorare i risultati tuttavia, dal momento che aumenta la dimensione della matrice del problema aumenta anche lo sforzo computazionale.

La formulazione alla base della teoria di Kirchhoff avviene attraverso l'utilizzo dell'elemento 75. Nel caso in esame la formulazione è già effettuata con tale elemento per cui il numero di elementi che cambiano è nullo.

Prima di lanciare il calcolo è possibile valutare se ci sono dei macroerrori nel modello con Check e nella command window si ottiene l'informazione sugli *errors* e i *warnings*. In presenza di errori il calcolo non viene lanciato mentre con il warning il calcolo viene lanciato (es: mancata informazione sul materiale o sulle condizioni al contorno).

Il calcolo viene lanciato con Run e sottomesso al solutore con Summit.

L'Exit Number che corrisponde ad un calcolo da parte del solutore è 3004, anche se non necessariamente il modello è correttamente impostato se è presente tale ex.n.

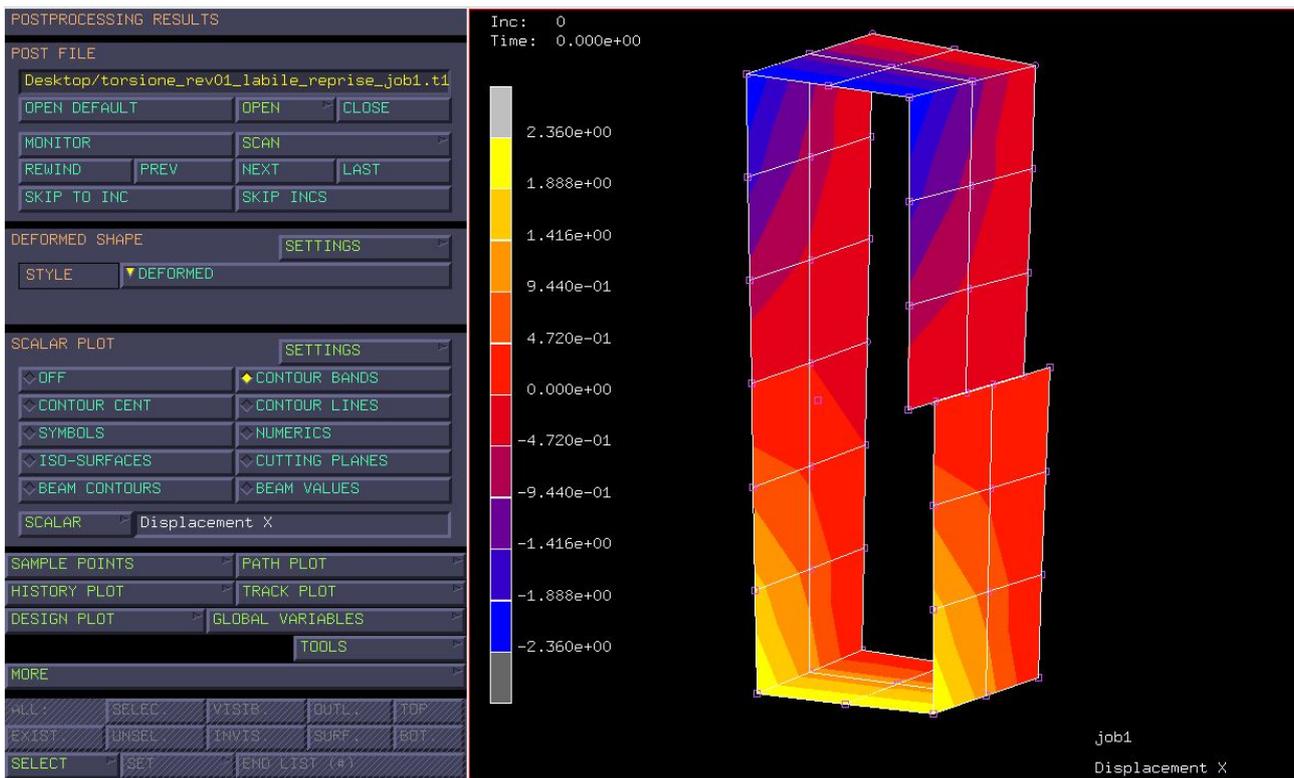


Fig. 7: Post Processing Results e visualizzazione mediante Contour Bands

La *singularity ratio* è collegata alla singolarità della matrice per il calcolo della matrice delle rigidezze. Se tale matrice è singolare allora il problema avrà delle righe della matrice del sistema agli elementi finiti che hanno una soluzione non univoca, cioè non ben definita. Quando tale parametro è prossimo allo zero (10^{-12} , nel caso in esame è dell'ordine di 10^{-17}) allora tale problema sarà mal condizionato, con molta probabilità non è stato rimosso un moto di corpo rigido. Negli *Output File* ovvero dei file di testo, ci sono molte informazioni utili per la struttura circa la modellazione effettuata con Marc Mentat.

In contrapposizione *Log File* risulta essere più sintetico, riassume le informazioni del modello, del tipo di elemento, il numero di elementi costituenti il modello, quante equazioni sono state risolte dal punto di vista cinematico per l'RBE2'S, quante condizioni al contorno sono state caricate, etc. Così come l'*Output File* il *Log File* è un file dei risultati. Per visualizzare il file dei risultati si clicca su *Open Post File* e si passa ad un file di risultati .t16.

Si effettua a tal punto un'analisi critica dei risultati.

In Deformed Shape si può visualizzare la configurazione deformata, indeformata ed ambedue. La deformata viene fornita in forma amplificata; se il fattore di amplificazione non è idoneo al fine di valutare lo stato di deformazione può essere settato in Settings. Suddetto fattore può essere amplificato o contratto mediante il comando Manual. Il seguente problema non risulta essere ben condizionato in quanto si genera un moto di corpo rigido residuo lungo z; nonostante il caso in esame sia mal condizionato il software riesce comunque a risolverlo ma la *singularity ratio* prossimo allo zero è un indice di un problema di natura algebrica.

I risultati vengono chiusi mediante il comando Close. E' necessario infatti, ritornare nel file .mud e uscire dal file .t16.

Vengono nuovamente aggiornate le condizioni al contorno

Main → Boundary conditions → Edit (si entra in *skew_sym_xy* (si nota che che è vincolato lo spostamento lungo l'asse z → Properties)

Per impedire la traslazione in z e dunque il moto di corpo rigido residuo basta imporre uno spostamento nullo lungo z ad un singolo nodo di mezzeria. È sufficiente un solo punto in quanto due sarebbero ridondanti.

New → Structural → Fixed Displacement → name *pos_z* → Properties → Displacement z0

Node → Add → Si seleziona un nodo di mezzeria, non dal lato del crack laterale.

Material → Main → Job → Properties → Initial Load → si attiva *pos_z*

Si ripete il Check → Run → Summit

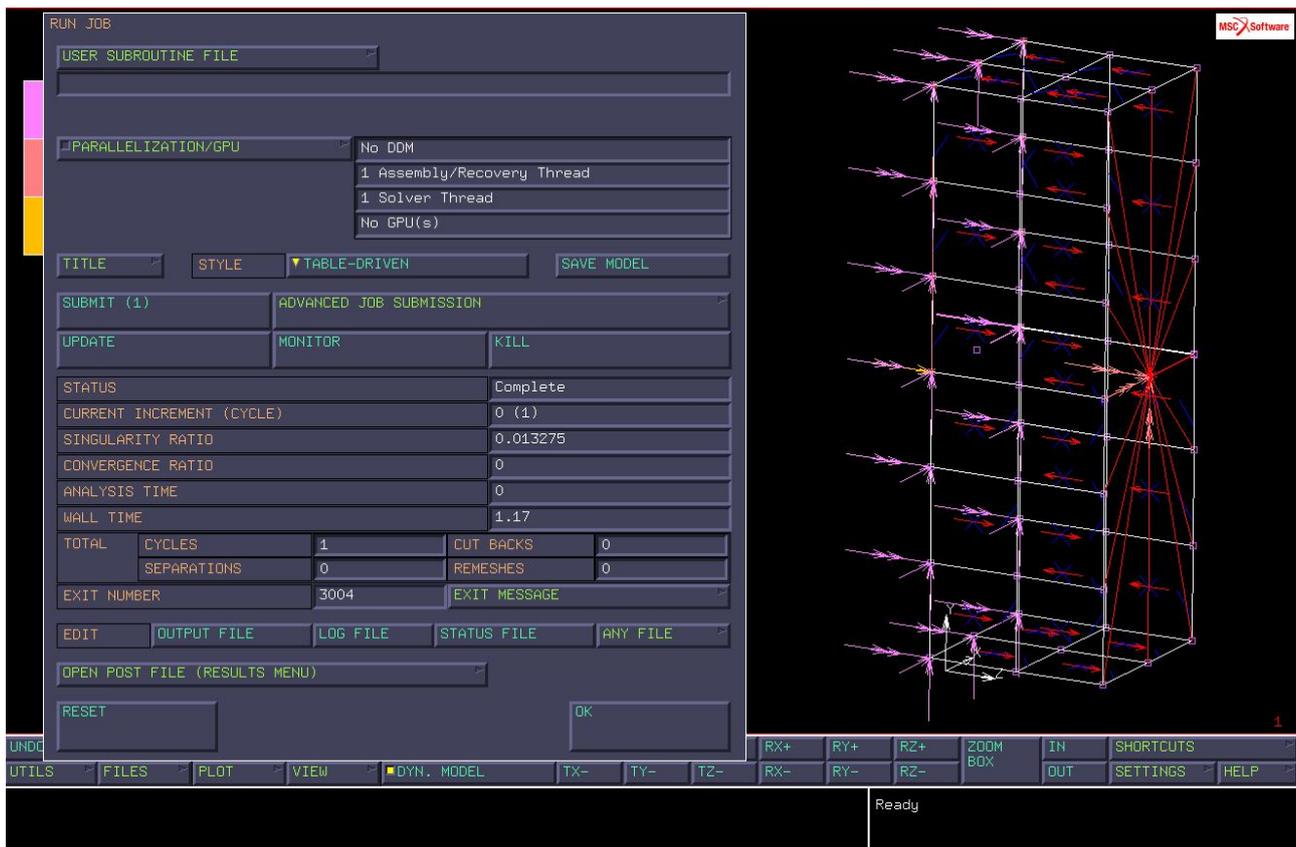


Fig. 8: Run Job aggiornato con singularity ratio pari ad un valore non nullo

Si nota che la *singularity ratio* risulta essere aggiornata ed è un numero non nullo pari a 0.0013275 quindi, si apre il Results Menu.

Si vuole a tal punto valutare la reazione vincolare che si crea nel nodo di controllo dell'RBE2'S poiché quest'ultimo condensa lo stato di reazione vincolare di tutti i nodi ad esso associati e riscalda automaticamente i momenti torcenti rispetto al centro di taglio. In caso contrario tale operazione dovrebbe essere effettuata manualmente calcolando il posizionamento relativo tra i nodi ed il centro di taglio.

Si può analizzare lo spostamento dei punti estremali dovuti all'effetto della rotazione in z

Scalar → Rotation z e Scalar Plot Contour Bands/Numerics

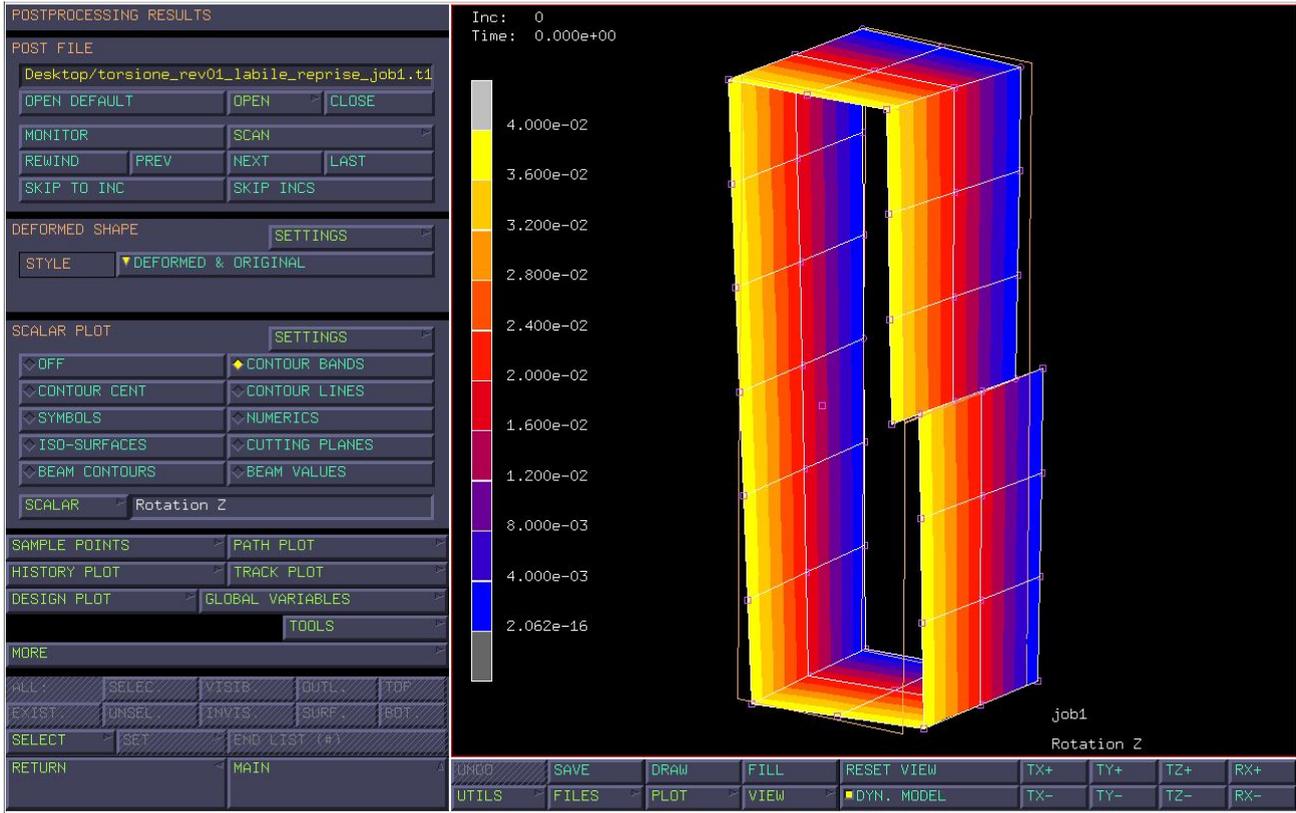


Fig. 9: Post Processing Results con Scalar Plot Contour Bands

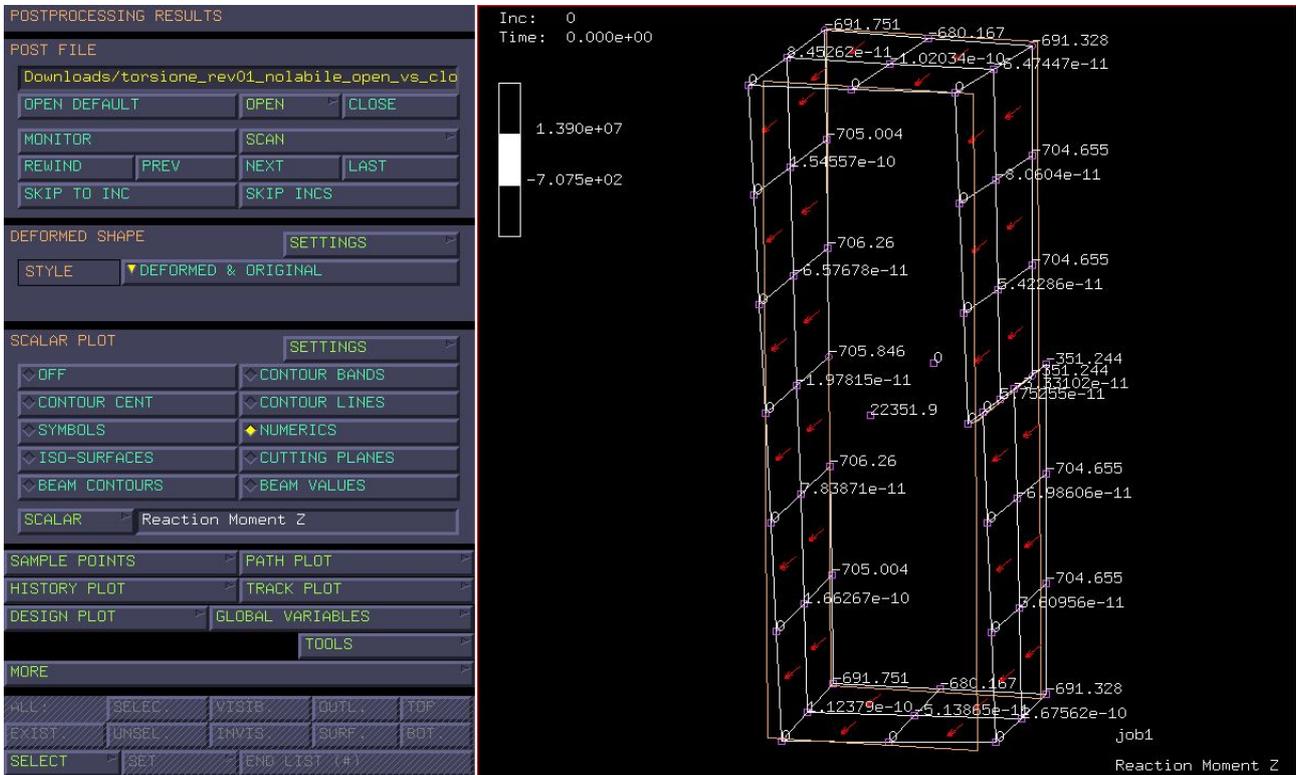


Fig. 10: Post Processing Results con Scalar Plot Contour Bands

Si nota che il warping per i punti estremali risulta essere quasi pari al 10% della sezione del modello.

Si apre il foglio di calcolo Excel e si inseriscono i valori di Reaction Moments al fine di valutare la rigidezza torsionale del profilato (k_t).

Il Reaction Moment z è: 22351.9 Nm.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1			input cell					
2	Beam profile dimensions							
3	height, at the midsurface	_h	118 mm					
4	width, at the midsurface	_b	38 mm					
5	wall thickness	_s	2 mm					
6	fillet radius	_r	0 mm					
7	section characteristic dimension	_l	120 mm					
8	modeled profile portion length (half the overall leng	_dz	40 mm					
9	profile wall perimeter	_p	312 mm					
10	profile wall midcurve enclosed area	_BredtArea	4484 mm ²					
11								
12	Predicted torsional stiffness values							
13	open thin walled section	_Kt_otw	832 mm ⁴					
14	closed thin walled section, Bredt Formula	_Kt_ctw	515545.026 mm ⁴					
15								
16	Predicted shear stress values							
17	open thin walled section	_tau_otw	53.8461538 MPa					
18	closed thin walled section, Bredt Formula	_tau_ctw	773.865878 MPa					
19								
20	material properties							
21	shear modulus (G12 in-plane shear modulus if orth	_G	26923.0769 MPa					
22								
23	imposed displacements							
24	twist rate	_dtheta_dz	0.001 rad/mm					
25	torsional counter-rotation at the profile terminals	_theta_z	0.04 rad			half of the overall twist imposed to the profile		
26								
27	measured reaction torque (of FE models), complete section							
28	open thin walled section, free warping at both ends	_Mt_otw_wa	22351.9 Nmm					
29	closed thin walled section, free warping at both end	_Mt_ctw_wa	1.39E+0.007 Nmm					
30	open thin walled section, zero warping at both ends	_Mt_otw_rigi	FILLME Nmm					
31	closed thin walled section, zero warping at both end	_Mt_ctw_rigi	FILLME Nmm					

Fig. 11: Calcolo della rigidezza torsionale del profilato con sezione aperta

In Scalar sono presenti le deformazioni e gli stress che erano state richieste in *Out* e *Mid*. Si ottiene dunque lo stato tensionale al *top*, *bottom* e *middle layer* e le componenti principali di tensione. Attraverso il foglio di calcolo Excel si vuole cogliere la differenza tra le rigidezze torsionali dei due profilati rispettivamente a sezione chiusa ed aperta; i dati sono: altezza, spessore, larghezza, raggio di raccordo (nullo), altezza massima della struttura (tiene conto dello spessore), la porzione di struttura effettivamente modellata. Attraverso questi dati si calcola il perimetro medio del profilato e l'area sottesa al profilo medio mediante la teoria di Bredt per sezione chiusa. Mediante la formula teorica di Bredt si calcola la rigidezza torsionale del profilato e si valuta anche quella per la sezione con crack laterale. Vengono inserite le proprietà del materiale e la rotazione che è scalata rispetto alla lunghezza.

Il valore di rigidezza torsionale per il profilato sottile a sezione aperta risulta essere pari ad all'incirca 830 mm⁴; la variazione relativa rispetto al caso teorico è 0.21% con una ratio 0.9978.

Analogamente si valuta il caso della sezione chiusa.

Per comparare le rigidezze del profilato a sezione aperta con il profilato a sezione chiusa, a parità di condizioni al contorno, si procede con la duplicazione:

Main → Mesh Generation → Duplicate (Reset al fine di garantire la pulizia della shell) → centroid :(100 0 0)

Repetition: 1

Duplicate → All Exist Select

Main → Mesh Generation → Sweep → Tolerance (0.2) → Nodes → si toglie il Dynamic Model e si effettua una selezione mediante Box dei 6 nodi che contengono il crack → End List (#)

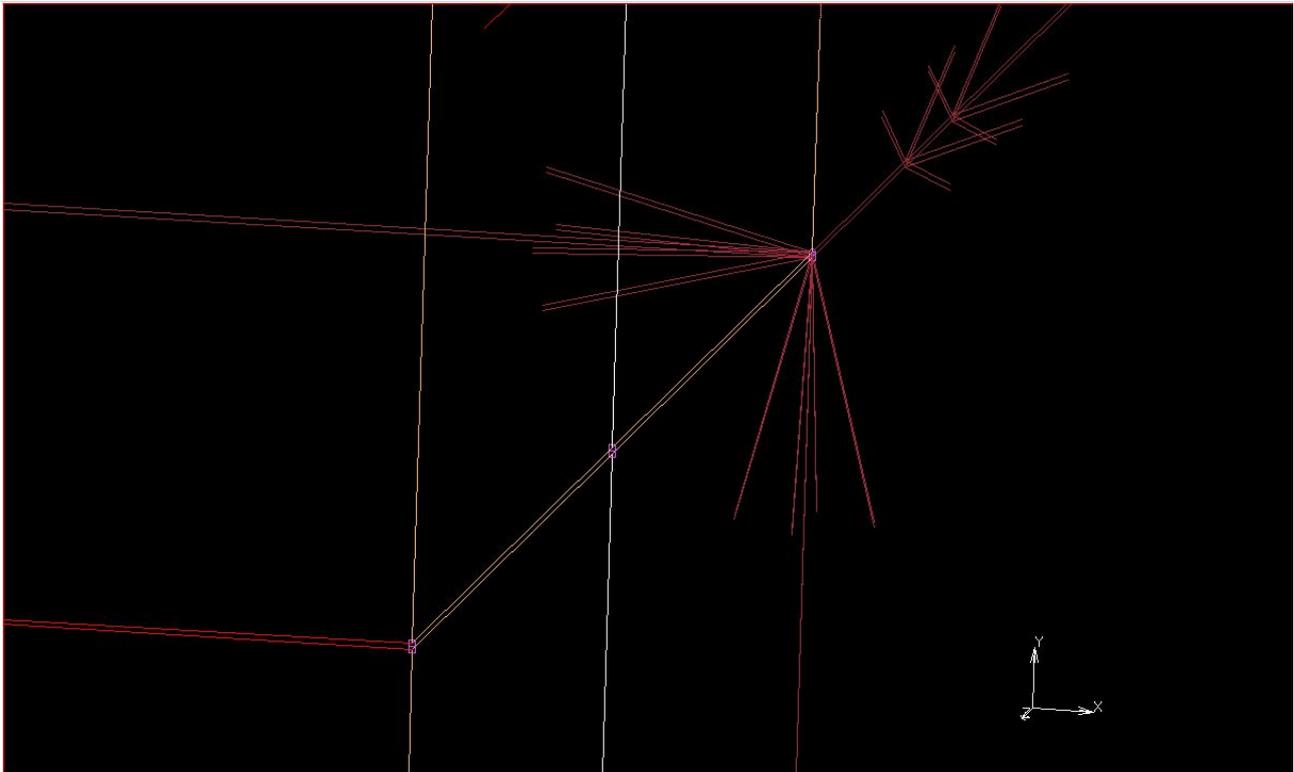


Fig. 12: Sweep con tollerance per profilati con elementi di taglia 10

Il taglio può essere saldato modificando la tolleranza dello Sweep infatti, in questo modo sono stati eliminati i 3 nodi al di sotto della tolleranza.

Sono stati mantenuti i set e le condizioni al contorno precedentemente creati.

Si ripete il calcolo per il profilato a sezione chiusa.

Main → Jobs → Run → Submit → *Open Post File*

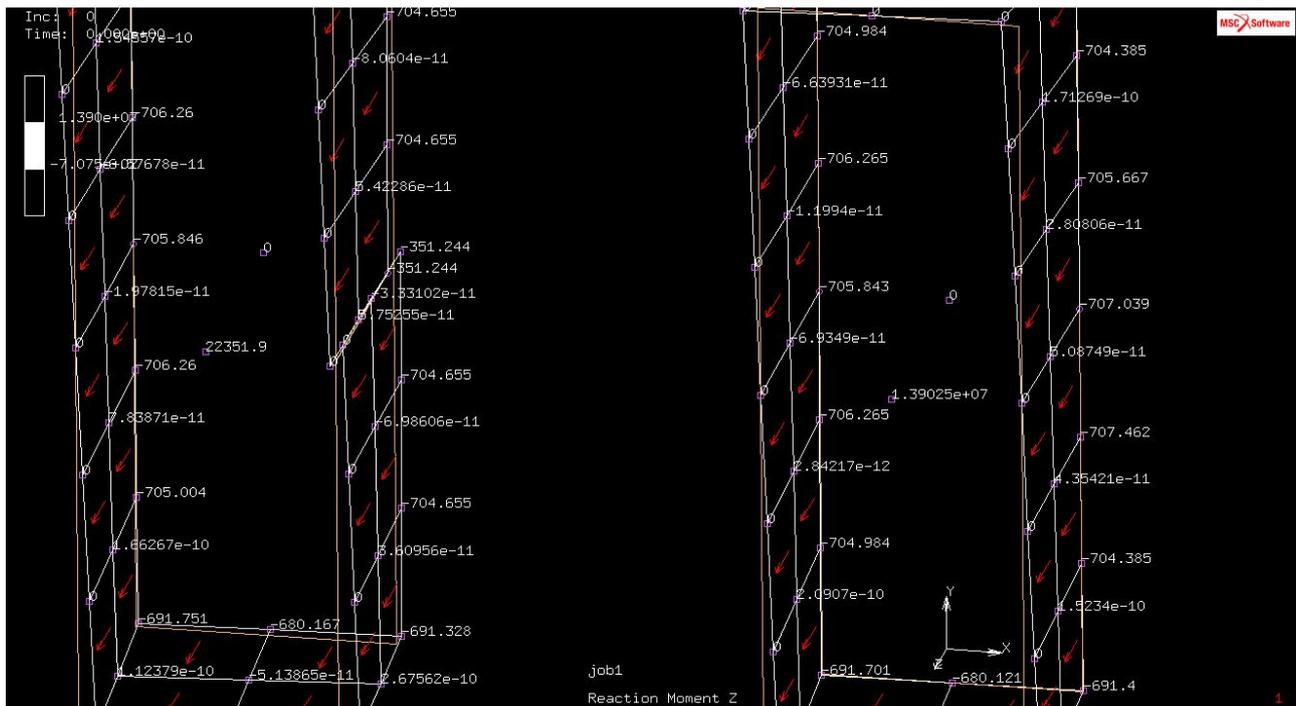


Fig. 13: Reaction Moment z

Il Reaction Moment z nel seguente caso è $1.39025 \cdot 10^7$.

Si riaggiorna il foglio Excel con tale valore e si vede come in questo caso gli elementi finiti sovrastimano il valore di rigidezza che teoricamente dovrebbe essere di 516378.57 mm^4 . Il rapporto relativo a parità di sezione, in termini di rigidezza tra il profilato con sezione aperta e con sezione chiusa, è di 1 a 100.

Se si vuole valutare lo spostamento e la deformazione in z dei nodi estremali:

Scalar → Displacement z (0.05/0.06 invece di 4.0 del caso aperto)

Il warping anche in tal caso è presente ma risulta essere di intensità notevolmente inferiore rispetto al profilato a sezione aperta.

Si valuta adesso come la taglia degli elementi influenza la risposta deformativa.

A tal scopo si crea un nuovo modello:

File → Save As (*torsione_rev01_nolabile_open_vs_close_mesh_convergence.mud*)

Si duplicano ambo i modelli e si divide la struttura con una taglia degli elementi incrementale (10-5 ...) ottenendo una mesh più fitta.

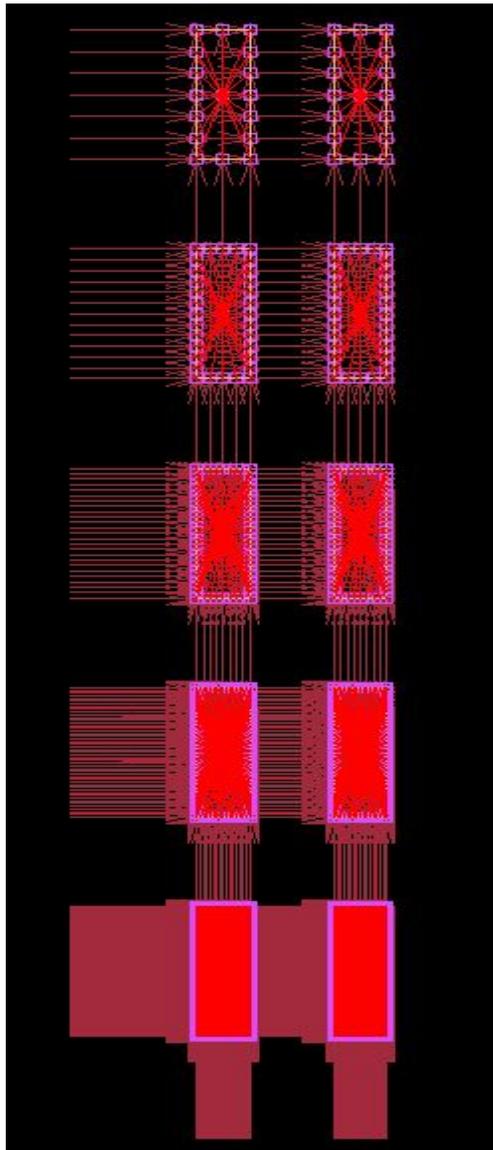


Fig 14: duplicazione dei modelli ed infittimento della mesh

Si verifica che una taglia pari a 20 degli elementi è sufficiente al fine di valutare la matrice di rigidità.

In tal caso la dimensione della matrice $F=k*x$ non è così importante in quanto l'errore ottenuto per tale taglia degli elementi non è così grande da giustificare un infittimento della mesh che comporta un aumento dello sforzo computazionale.

Main → Mesh Generation → Duplicate → centroid (0 200 0) → All Exist

Main → Mesh generation → Subdivide → Divisions (2 2 2) → Element → si selezionano con Box i due profilati appena creati → End List (#)

Si nota che l'RBE2'S non si è aggiornato (bisogna per ogni profilato individuare i nodi *slave*) e bisogna ripetere la gestione dello Sweep attraverso la tolleranza perché riducendo la taglia degli elementi è possibile che il profilato che dovrebbe essere chiuso sia ancora aperto . Inoltre, non sono state aggiornate neanche le condizioni al contorno.

Main → Mesh Generation → Sweep → All Exist

Si verifica che il taglio sia ancora presente.

Aggiornate le condizioni al contorno e l'RBE2's è possibile rilanciare le simulazioni e valutare in che misura si modifica la reazione di momento su z in modo da valutare la variazione di k_t . Si vedrà che la taglia dell'elemento è trascurabile.

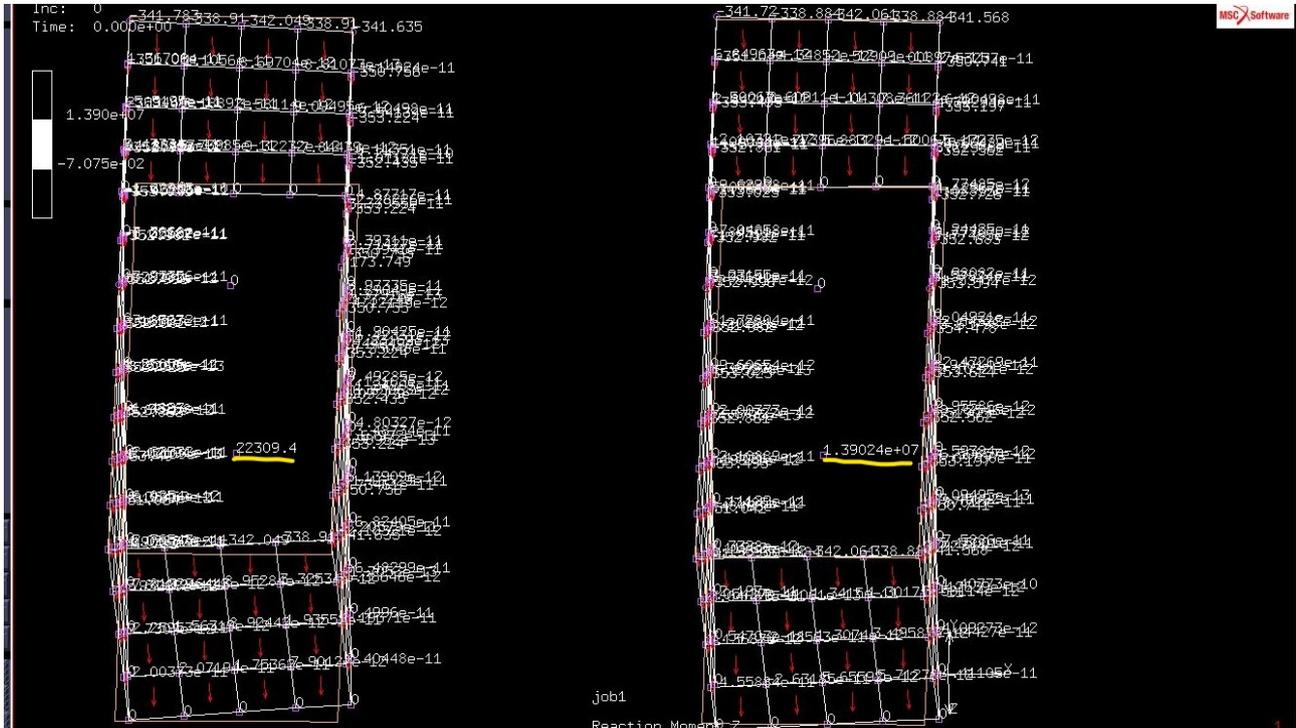


Fig. 15: Post Processing Results con Scalar Plot Numerics

Infatti con warping libero e taglia degli elementi 10 per una sezione il $M_z = 22309.4$ Nm mentre nel caso precedente era di 22351 Nm. Per la sezione chiusa è di $1.39024 \cdot 10^7$ Nm rispetto a $1.39025 \cdot 10^7$.

L'errore è pressoché trascurabile.